

**Список билетов к первому коллоквиуму (4 семестр)**

1. Определение кратного интеграла. Критерий Коши. Необходимый признак интегрируемости.
2. Примеры множества меры нуль по Лебегу (график функции и т.д.). Критерий Лебега (б/д).
3. Суммы Дарбу. Существование предела верхней (нижней) суммы Дарбу. Критерий интегрируемости.
4. Квадрируемые множества. Примеры. Мера Жордана. Критерий измеримости по Жордану.
5. Теорема Фубини и следствие из неё.
6. Замена переменных в двойном интеграле.
7. Обобщенные полярные и цилиндрические координаты. Якобиан. Нахождение объёма шарового сегмента.
8. Сферические координаты. Якобиан. Нахождение объёма шарового сектора.
9. Несобственный кратный интеграл. Пример функции в  $\mathbb{R}^1$ , для которой понятие сходимости в смысле одномерного и многомерного интеграла — различны.
10. Теоремы для несобственного интеграла (б/д). Вычисление интеграла вероятностей (интеграла Эйлера-Пуассона).
11. Площадь поверхности. Пример Шварца.
3. Дать определение в терминах  $\varepsilon, \delta$  того, что функция  $f : \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$  не интегрируема по Риману (кратный интеграл).
4. Необходимый признак интегрируемости (кратный интеграл).
5. Множество меры нуль по Лебегу (случай  $\mathbb{R}^d$ ).
6. Критерий Лебега (кратный интеграл).
7. Нижняя (верхняя) интегральная сумма Дарбу.
8. Нижний (верхний) интеграл Дарбу.
9. Критерий интегрируемости в терминах сумм Дарбу (кратный интеграл).
10. Квадрируемое множество.
11. Измеримость по Жордану.
12. Множество меры нуль по Жордану.
13. Критерий измеримости по Жордану.
14. Теорема Фубини.
15. Теорема о замене переменного в  $\mathbb{R}^d$ .
16. Полярная система координат. Якобиан.
17. Обобщённая полярная система координат. Якобиан.
18. Цилиндрическая система координат. Якобиан.
19. Обобщённая сферическая система координат. Якобиан.
20. Исчерпание множества.

**Список вопросов к первому коллоквиуму (4 семестр).**

1. Определение кратного интеграла.
2. Критерий Коши (кратный интеграл).
21. Допустимой исчерпание для функции.
22. Определение несобственного интеграла (кратный интеграл).
23. Определение абсолютной сходимости несобственного интеграла (кратный интеграл).
24. Теоремы о несобственном интеграле (кратный интеграл).
25. Интеграл вероятностей (Эйлера-Пуассона).
26. Определение гладкой поверхности.
27. Определение площади поверхности.
28. Тожество Лагранжа (для элемента площади поверхности).
29. Выражение  $dS$  в случае явного задания поверхности.
30. Теорема о вычислении площади поверхности.